

Introdução a Programação Funcional com Haskell

Fabrcio Olivetti de Franca, Emlio Francesquini

29 de Setembro de 2018

Compreensão de Listas

Definindo conjuntos na matemática

Na matemática, quando falamos em conjuntos, definimos da seguinte forma:

$$\{x^2 \mid x \in \{1..5\}\}$$

que é lido como *x ao quadrado para todo x do conjunto de um a cinco*.

No Haskell podemos utilizar uma sintaxe parecida:

```
> [x^2 | x <- [1..5]]  
[1,4,9,16,25]
```

que é lido como *x ao quadrado tal que x vem da lista de valores de um a cinco.*

A expressão `x <- [1..5]` é chamada de **expressão geradora**, pois ela gera valores na sequência conforme eles forem requisitados.

Outros exemplos:

```
> [toLower c | c <- "OLA MUNDO"]
```

```
"ola mundo"
```

```
> [(x, even x) | x <- [1,2,3]]
```

```
[(1, False), (2, True), (3, False)]
```

Podemos combinar mais do que um gerador e, nesse caso, geramos uma lista da combinação dos valores deles:

```
>[(x,y) | x <- [1..4], y <- [4..5]]  
[(1,4),(1,5),(2,4),(2,5),(3,4),(3,5),(4,4),(4,5)]
```

Se invertermos a ordem dos geradores, geramos a mesma lista mas em ordem diferente:

```
> [(x,y) | y <- [4..5], x <- [1..4]]  
[(1,4),(2,4),(3,4),(4,4),(1,5),(2,5),(3,5),(4,5)]
```

Isso é equivalente a um laço for encadeado!

Um gerador pode depender do valor gerado pelo gerador anterior:

```
> [(i,j) | i <- [1..5], j <- [i+1..5]]  
[(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(2,3),(2,4),(2,5),  
 (3,4),(3,5),(4,5)]
```

Equivalente a:

```
for (i=1; i<=5; i++) {  
    for (j=i+1; j<=5; j++) {  
        // faça algo  
    }  
}
```

Exemplo: concat

A função `concat` transforma uma lista de listas em uma lista única concatenada (conhecido em outras linguagens como `flatten`):

```
> concat [[1,2],[3,4]]  
[1,2,3,4]
```

Ela pode ser definida utilizando compreensão de listas:

```
meuConcat xss = [x | xs <- xss, x <- xs]
```

Exercício: length

Defina a função `meuLength` utilizando compreensão de listas! Dica, você pode somar uma lista de 1s do mesmo tamanho da sua lista.

Nas compreensões de lista podemos utilizar o conceito de **guardas** para filtrar o conteúdo dos geradores condicionalmente:

```
> [x | x <- [1..10], even x]  
[2,4,6,8,10]
```

Vamos criar uma função chamada `divisores` que retorna uma lista de todos os divisores de `n`.

```
divisores :: Int -> [Int]
divisores n = [x | x <- [1..n], n `mod` x == 0]
```

```
> divisores 15  
[1,3,5,15]
```

Utilizando a função `divisores` podemos definir a função `primo` que retorna `True` se um certo número é primo:

```
primo :: Int -> Bool
primo n = divisores n == [1,n]
```

Note que para determinar se um número não é primo a função `primo` **não** vai gerar **todos** os divisores de `n`.

Por ser uma avaliação preguiçosa ela irá parar na primeira comparação que resultar em `False`:

```
primo 10 => 1 : _ == 1 : 10 : [] (1 == 1)
          => 1 : 2 : _ == 1 : 10 : [] (2 /= 10)
          False
```

Com a função `primo` podemos gerar a lista dos primos dentro de uma faixa de valores:

```
primos :: Int -> [Int]
primos n = [x | x <- [1..n], primo x]
```

Podemos gerar também a lista com **TODOS** os números primos:

```
todosPrimos :: [Int]
```

```
todosPrimos = [x | x <- [1..], primo x]
```

Melhore o desempenho do código sabendo que todos os números primos (exceto 2 e 3) são da forma $6k + 1$ ou $6k - 1$.

A função zip

A função zip junta duas listas retornando uma lista de pares:

```
> zip [1,2,3] [4,5,6]  
[(1,4),(2,5),(3,6)]
```

```
> zip [1,2,3] ['a', 'b', 'c']  
[(1,'a'),(2,'b'),(3,'c')]
```

```
> zip [1,2,3] ['a', 'b', 'c', 'd']  
[(1,'a'),(2,'b'),(3,'c')]
```

A função zipWith

A função `zipWith` junta duas listas. A maneira pela qual a combinação dos elementos é efetuada é dada pela função recebida como parâmetro.

```
zipWith :: (a -> b -> c) -> [a] -> [b] -> [c]
```

A função `zip` vista anteriormente poderia ser reescrita como:

```
meuZip xs ys = zipWith (\x y -> (x, y)) xs ys
```

Ou mais simplesmente:

```
meuZip = zipWith (\x y -> (x, y))
```

Exemplo: A sequência de Fibonacci

Para obter-se o n -ésimo elemento da sequência de Fibonacci (1, 1, 2, 3, 5, ...) podemos utilizar a seguinte fórmula $F_n = F_{n-2} + F_{n-1}$, com $n > 1$, $F_0 = 1$, $F_1 = 2$.

Podemos enxergar a sequência assim:

```
  1  1  2  3  5  8  ...
+   1  1  2  3  5  ...
-----
  1  2  3  5  8 13  ...
```

Como utilizar essa característica para fazer uma implementação funcional elegante?

Exemplo: A sequência de Fibonacci

```
  1  1  2  3  5  8  ...
+   1  1  2  3  5  ...
-----
  1  2  3  5  8 13  ...
```

A segunda parcela pode ser pensada como sendo própria lista com um 0 na frente.

- 1) Suponha que a lista já existe.
- 2) Utilize-a para definir a própria lista. (Definição recursiva)
- 3) Combine os elementos utilizando a soma.

```
fibs :: [Integer]
```

```
fibs = 1:(zipWith (+) fibs (0:fibs))
```

Só funciona pois Haskell é preguiçoso!

Recursão

A recursividade permite expressar ideias declarativas.

```
fatorial :: Integer -> Integer
fatorial 0 = 1
fatorial 1 = 1
fatorial n = n * fatorial (n-1)
```

O Haskell avalia as expressões por substituição:

```
> fatorial 4
=> 4 * fatorial 3
=> 4 * (3 * fatorial 2)
=> 4 * (3 * (2 * fatorial 1))
=> 4 * (3 * (2 * 1))
=> 4 * (3 * 2)
=> 4 * 6
=> 24
```

Ao contrário de outras linguagens, ela não armazena o estado da chamada recursiva em uma pilha, o que evita o estouro da pilha.

A pilha recursiva do Haskell é a expressão armazenada, ele mantém uma pilha de expressão com a expressão atual. Essa pilha aumenta conforme a expressão expande, e diminui conforme uma operação é avaliada.

Mesmo no Haskell é importante utilizar sempre que possível a recursão caudal:

```
fatorial :: Integer -> Integer
fatorial 0 = 1
fatorial 1 = 1
fatorial n = fatorial' n 1
  where fatorial' 0 r = r
        fatorial' n r = fatorial' (n-1) (r*n)
```

```
> fatorial 4
=> fatorial' 4 1
=> fatorial' 3 (1*4)
=> fatorial' 2 (1*4*3)
=> fatorial' 1 (1*4*3*2)
=> fatorial' 0 (1*4*3*2*1)
=> (1*4*3*2*1)
=> 24
```

Em alguns casos o retorno da função recursiva é a chamada dela mesma em múltiplas instâncias:

```
fib :: Int -> Int
fib 0 = 1
fib 1 = 1
fib n = fib (n-1) + fib (n-2)
```

Recursão em Listas

Quais padrões podemos capturar em uma lista?

Quais padrões podemos capturar em uma lista?

- Lista vazia: `[]`
- Lista com um elemento: `(x : [])`
- Lista com um elemento seguido de vários outros: `(x : xs)`

E qualquer um deles pode ser substituído pelo *não importa* `_`.

Podemos também fazer chamadas recursivas em listas, de tal forma a trabalhar com apenas parte dos elementos em cada chamada:

```
sum :: Num a => [a] -> a
```

```
sum [] = 0
```

```
sum ns = ???
```

Podemos também fazer chamadas recursivas em listas, de tal forma a trabalhar com apenas parte dos elementos em cada chamada:

```
sum :: Num a => [a] -> a
```

```
sum [] = 0
```

```
sum (n:ns) = n + sum ns
```

Como ficaria a função `product` baseado na função `sum`:

```
product :: Num a => [a] -> a
```

```
product [] = 0
```

```
product (n:ns) = n + sum ns
```

Como ficaria a função `product` baseado na função `sum`:

```
product :: Num a => [a] -> a
```

```
product [] = 1
```

```
product (n:ns) = n * product ns
```

E a função `length`?

```
length :: Num a => [a] -> a
```

```
length [] = 0
```

```
length (n:ns) = n + sum ns
```

E a função `length`?

```
length :: [a] -> Int
```

```
length [] = 0
```

```
length (n:ns) = 1 + length ns
```

Exercício

Complete a função `qsort` que implementa o algoritmo Quicksort:

```
qsort :: Ord a => [a] -> [a]
qsort []      = []
qsort (x:xs) = qsort menores ++ [x] ++ qsort maiores
  where
    menores = [a | ???]
    maiores = [b | ???]
```

Funções de alta ordem

As funções que recebem uma ou mais funções como argumento, ou que retornam uma função são denominadas **Funções de alta ordem** (*high order functions*).

O uso de funções de alta ordem permitem aumentar a expressividade do Haskell quando confrontamos padrões recorrentes.

Considere o padrão de código:

```
[f x | x <- xs]
```

que utilizamos para gerar uma lista de números ao quadrado, somar um aos elementos de uma lista, etc.

Podemos definir a função map como:

```
map :: (a -> b) -> [a] -> [b]
```

```
map f xs = [f x | x <- xs]
```

Uma função que transforma uma lista do tipo a para o tipo b utilizando uma função $f :: a \rightarrow b$.

Com isso temos uma visão mais clara das transformações feitas em listas:

```
> map (+1) [1,2,3]
[2,3,4]
```

```
> map even [1,2,3]
[False, True, False]
```

```
> map reverse ["ola", "mundo"]
["alo", "odnum"]
```

Observações sobre o map

- Ela é um tipo genérico, recebe qualquer tipo de lista
- Ela pode ser aplicada a ela mesma, ou seja, aplicável em listas de listas:

```
> map (map (+1)) [[1,2],[3,4]]  
=> [ map (+1) xs | xs <- [[1,2],[3,4]] ]  
=> [ [x+1 | x <- xs] | xs <- [[1,2],[3,4]] ]
```

Outro padrão recorrente observado é a filtragem de elementos utilizando guards nas listas:

```
> [x | x <- [1..10], even x]  
[2,4,6,8,10]
```

```
> [x | x <- [1..10], primo x]  
[2,3,5,7]
```

Podemos definir a função de alta ordem `filter` da seguinte forma:

```
filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]
filter p xs = [x | x <- xs, p x]
```

`filter` retorna uma lista de todos os valores cujo o predicado `p` de `x` retorna `True`.

Reescrevendo os exemplos anteriores:

```
> filter even [1..10]
```

```
[2,4,6,8,10]
```

```
> filter (>5) [1..10]
```

```
[6,7,8,9,10]
```

Podemos usar as funções `map` e `filter` na sequência:

```
somaQuadPares :: [Int] -> Int
```

```
somaQuadPares ns = sum [n^2 | n <- ns, even n]
```

```
somaQuadPares :: [Int] -> Int
```

```
somaQuadPares ns = sum (map (^2) (filter even ns))
```

Operador pipe

Para aumentar a legibilidade utilizamos o operador \$ para separar as aplicações das funções e remover os parênteses:

```
somaQuadPares :: [Int] -> Int
somaQuadPares ns = sum
                    $ map (^2)
                    $ filter even ns
```

A execução é de baixo para cima.

Considerem as funções recursivas:

```
sum [] = 0
```

```
sum (x:xs) = x + sum xs
```

```
product [] = 1
```

```
product (x:xs) = x * product xs
```

```
length [] = 0
```

```
length (_:xs) = 1 + length xs
```

Podemos generalizar essas funções da seguinte forma:

$$f [] = v$$

$$f (x:xs) = g x (f xs)$$

Essa funções é chamada de foldr:

```
foldr :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> b
```

```
foldr f v [] = v
```

```
foldr f v (x:xs) = f x (foldr f v xs)
```

Pense nessa lista não-recursivamente a partir da definição de listas:

a1 : (a2 : (a3 : []))

Trocando `:` pela função `f` e `[]` pelo valor `v`:

```
a1 `f` (a2 `f` (a3 `f` v))
```

Ou seja:

```
foldr (+) 0 [1,2,3]
```

se torna:

```
1 + (2 + (3 + 0))
```

Que é nossa função sum:

```
sum xs = foldr (+) 0 xs
```

Defina `product` utilizando `foldr`.

Um outro padrão de dobra é dado pela função foldl:

```
foldl :: (a -> b -> a) -> a -> [b] -> a
```

```
foldl f v [] = v
```

```
foldl f v (x:xs) = foldl f (f v x) xs
```

Da mesma forma podemos pensar em foldl não recursivamente invertendo a lista:

```
1 : (2 : (3 : []))  
=> (([] : 1) : 2) : 3  
=> ((0 + 1) + 2) + 3
```

Quando f é associativo, ou seja, os parênteses não fazem diferença, a aplicação de `foldr` e `foldl` não se altera:

```
sum = foldl (+) 0
```

```
product = foldl (*) 1
```

Uma regra do *dedão* para trabalharmos por enquanto é:

- Se a lista passada como argumento é infinita, use `foldr`
- Se o operador utilizado pode gerar curto-circuito, use `foldr`
- Se a lista é finita e o operador não irá gerar curto-circuito, use `foldl`
- Se faz sentido trabalhar com a lista invertida, use `foldl`

(na verdade, ao invés de `foldl` devemos utilizar `foldl'` que é a versão não preguiçosa).

Exercício

Dadas as funções `dobra` e `somaUm` aplique-as em sequência na lista `[1..10]` utilizando `map`:

```
dobra :: Num a => a -> a
```

```
dobra x = 2*x
```

```
somaUm :: Num a => a -> a
```

```
somaUm x = x + 1
```

Podemos criar a composição de funções utilizando o operador (.):

$(.) :: (b \rightarrow c) \rightarrow (a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow c)$

$f \cdot g = \lambda x \rightarrow f (g x)$

Com isso evitamos sequências de map ou filter:

```
map (somaUm . dobra) [1..10]
```

Definindo novos tipos

A definição de novos tipos de dados, além dos tipos primitivos, permite manter a legibilidade do código e facilita a organização de seu programa.

Declaração de tipo

A forma mais simples de definir um novo tipo é criando *apelidos* para tipos existentes:

```
type String = [Char]
```

(equivalente ao #typedef do C)

Declaração de tipo

Todo nome de tipo deve começar com uma letra maiúscula. As definições de tipo podem ser encadeadas!

Suponha a definição de um tipo que armazena uma coordenada e queremos definir um tipo de função que transforma uma coordenada em outra:

```
type Coord = (Int, Int)
type Trans = Coord -> Coord
```

Declaração de tipo

A declaração de tipos pode conter variáveis de tipo:

```
type Pair a = (a, a)
```

```
type Assoc k v = [(k,v)]
```

Declaração de tipo

Com isso podemos definir funções utilizando esses tipos:

```
find :: Eq k => k -> Assoc k v -> v  
find k dict = head [v | (k',v) <- dict, k == k']
```

```
> find 2 [(1,3), (5,4), (2,3), (1,1)]  
3
```

Tipos de Datos Algébricos

- Tipos completamente novos.
- Pode conter tipos primitivos.
- Permite expressividade.
- Permite checagem em tempo de compilação

Tipo soma:

```
data Bool = True | False
```

- data: declara que é um novo tipo
- Bool: nome do tipo
- True | False: poder assumir ou True ou False

Vamos criar um tipo que define a direção que quero andar:

```
data Dir = Norte | Sul | Leste | Oeste
```

Exemplo

Com isso podemos criar a função para:

```
data Dir = Norte | Sul | Leste | Oeste
```

```
para :: Dir -> Coord -> Coord
```

```
para Norte (x,y) = (x,y+1)
```

```
para Sul    (x,y) = (x,y-1)
```

```
para Leste (x,y) = (x+1,y)
```

```
para Oeste (x,y) = (x-1,y)
```

Tipo produto:

```
data Ponto = Ponto Double Double
```

- data: declara que é um novo tipo
- Ponto: nome do tipo
- Ponto: construtor (ou envelope)
- Double Double: tipos que ele encapsula

Para ser possível imprimir esse tipo:

```
data Ponto = Ponto Double Double
           deriving (Show)
```

- deriving: derivado de outra classe
- Show: tipo imprimível

Isso faz com que o Haskell crie automaticamente uma instância da função *show* para esse tipo de dado.

Para usá-lo em uma função devemos sempre envelopar a variável com o construtor.

```
dist :: Ponto -> Ponto -> Double
```

```
dist (Ponto x y) (Ponto x' y') = sqrt  
                                  $ (x-x')^2 + (y-y')^2
```

```
> dist (Ponto 1 2) (Ponto 1 1)  
1.0
```

Podemos misturar os tipos soma e produto:

```
data Forma = Circunferencia Ponto Double  
           | Retangulo Ponto Double Double
```

Circunferencia e Retangulo são funções construtoras:

```
> :t Circunferencia
```

```
Circunferencia :: Ponto -> Double -> Forma
```

```
> :t Retangulo
```

```
Retangulo :: Ponto -> Double -> Double -> Forma
```

Uma possível função área seria:

```
area :: Forma -> Double
```

```
area (Circunferencia p r) = pi*r^2
```

```
area (Retangulo p l a)    = l*a
```

Também podemos declarar os tipos produtos em um formato de registros, ou **record types**:

```
data Contato = Contato { nome :: String, telefone :: String }  
  deriving Show
```

Tipos Registros

Com isso ganhamos de brinde funções do tipo *getter* e *setter*:

```
formataContato :: Contato -> String
```

```
formataContato c = (nome c) ++ " - " ++ (telefone c)
```

```
atualizaContato :: Contato -> String -> Contato
```

```
atualizaContato c t = c {telefone = t}
```

```
contato = Contato "Maria" "9999-9999"
```

```
main = do
```

```
  print (formataContato contato)
```

```
  print (formataContato $ atualizaContato contato "8888-8888")
```

As declarações de tipos também podem ser parametrizados, considere o tipo Maybe:

```
data Maybe a = Nothing | Just a
```

A declaração indica que um tipo Maybe a pode não ser nada ou pode ser apenas o valor de um tipo a.

Maybe

Esse tipo pode ser utilizado para ter um melhor controle sobre erros e exceções:

```
-- talvez a divisão retorne um Int
safeDiv :: Int -> Int -> Maybe Int
safeDiv _ 0 = Nothing
safeDiv m n = Just (m `div` n)
```

```
safeHead :: [a] -> Maybe a
safeHead [] = Nothing
safeHead xs = Just (head xs)
```

Esos erros podem ser capturados com a expressão case:

```
divComErro :: Int -> Int -> Int
```

```
divComErro m n = case (safeDiv m n) of  
    Nothing -> error "divisão por 0"  
    Just x   -> x
```

Uma terceira forma de criar um novo tipo é com a função `newtype`, que serve de intermediário entre `type` e `data`:

```
newtype MinhaString = S [Char]
```

A diferença entre `type` e `newtype` é que o primeiro é um sinônimo, enquanto o segundo define efetivamente um novo tipo:

```
f1 :: String -> Int
```

```
f1 s = length s
```

```
f2 :: MinhaString -> Int
```

```
f2 (S s) = length s
```

A diferença entre `type` e `newtype` é que o primeiro é um sinônimo, enquanto o segundo define efetivamente um novo tipo:

```
ghci> let x = "abc" :: [Char]
```

```
ghci> f1 x
```

```
3
```

```
ghci> f2 x
```

```
Error!
```

```
ghci> f2 (S "abc")
```

```
3
```

Tipos Recursivos

Árvore Binária

Um exemplo de tipo recursivo é a árvore binária, que pode ser definida como:

```
data Tree a = Leaf a | Node (Tree a) a (Tree a)
```

ou seja, ou é um nó folha contendo um valor do tipo a , ou é um nó contendo uma árvore à esquerda, um valor do tipo a no meio e uma árvore à direita.

Árvore Binária

Podemos definir uma função `contem` que indica se um elemento `x` está contido em uma árvore `t`:

```
contem :: Eq a => Tree a -> a -> Bool
contem (Leaf y) x      = x == y
contem (Node l y r) x = x == y || l `contem` x
                        || r `contem` x
```

```
> t `contem` 5
```

```
True
```

```
> t `contem` 0
```

```
False
```

Classes de Tipo

Classes de tipo são classes que definem grupos de tipos que devem conter algumas funções especificadas.

Para criar um novo tipo utilizamos a função `class`:

```
class Eq a where  
  (==), (/=) :: a -> a -> Bool
```

```
x /= y = not (x == y)
```

Essa declaração diz: *para um tipo a pertencer a classe Eq deve existir uma implementação das funções (==) e (/=).*

```
class Eq a where  
  (==), (/=) :: a -> a -> Bool
```

```
x /= y = not (x == y)
```

Além disso, ela já define uma definição padrão da função (`/=`), então basta definir (`==`).

```
class Eq a where
  (==), (/=) :: a -> a -> Bool

  x /= y = not (x == y)
```

Para definirmos uma nova **instância** de uma classe basta declarar:

```
instance Eq Bool where
  False == False = True
  True  == True   = True
  _     == _      = False
```

Apenas tipos definidos por `data` e `newtype` podem ser instâncias de alguma classe.

Classes de Tipo

Uma classe pode estender outra para formar uma nova classe.

Considere a classe Ord:

```
class Eq a => Ord a where
  (<), (<=), (>), (>=) :: a -> a -> Bool
  min, max           :: a -> a -> a
```

```
min x y | x <= y    = x
        | otherwise = y
```

```
max x y | x <= y    = y
        | otherwise = x
```

Ou seja, antes de ser uma instância de Ord, o tipo deve ser **também** instância de Eq.

Lembrando:

- **Tipo:** coleção de valores relacionados.
- **Classe:** coleção de tipos que suportam certas funções ou operadores.
- **Métodos:** funções requisitos de uma classe.

- **Eq:** relação de igualdade.
- **Ord:** relação de ordem.
- **Show:** transformar um tipo em String.
- **Read:** transformar uma String em outro tipo (parsing).
- **Enum:** deriva um tipo enumerativo que tem sucessor e predecessor.

- **Num:** classe numérica.
- **Integral:** classe dos inteiros.
- **Floating:** classe dos números em ponto flutuante.

No ghci, o comando `:info` mostra informações sobre os tipos e as classes de tipo:

```
> :info Integral
class (Real a, Enum a) => Integral a where
  quot :: a -> a -> a
  rem  :: a -> a -> a
  div  :: a -> a -> a
  mod  :: a -> a -> a
  quotRem :: a -> a -> (a, a)
  divMod  :: a -> a -> (a, a)
  toInteger :: a -> Integer
{-# MINIMAL quotRem, toInteger #-}
```

No ghci, o comando `:info` mostra informações sobre os tipos e as classes de tipo:

```
> :info Bool
data Bool = False | True    -- Defined in 'GHC.Types'
instance Eq Bool -- Defined in 'GHC.Classes'
instance Ord Bool -- Defined in 'GHC.Classes'
instance Show Bool -- Defined in 'GHC.Show'
instance Read Bool -- Defined in 'GHC.Read'
instance Enum Bool -- Defined in 'GHC.Enum'
instance Bounded Bool -- Defined in 'GHC.Enum'
```

Em muitos casos o Haskell consegue inferir as instâncias das classes mais comuns, nesses casos basta utilizar a palavra-chave `deriving` ao definir um novo tipo:

```
data Bool = False | True
          deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

Vamos definir uma instância de Ord para o seguinte tipo:

```
data Dia = Dom | Seg | Ter | Qua | Qui | Sex | Sab
         deriving (Show, Eq)
```

Instância de Enum

```
> :info Enum
class Enum a where
  succ :: a -> a
  pred :: a -> a
  toEnum :: Int -> a
  fromEnum :: a -> Int
  enumFrom :: a -> [a]
  enumFromThen :: a -> a -> [a]
  enumFromTo :: a -> a -> [a]
  enumFromThenTo :: a -> a -> a -> [a]
  {-# MINIMAL toEnum, fromEnum #-}
      -- Defined in 'GHC.Enum'
...

```

...

```
-- Defined at /tmp/teste/teste/src/Main.hs:21:10
```

```
instance Enum Word -- Defined in 'GHC.Enum'
```

```
instance Enum Ordering -- Defined in 'GHC.Enum'
```

```
instance Enum Integer -- Defined in 'GHC.Enum'
```

```
instance Enum Int -- Defined in 'GHC.Enum'
```

```
instance Enum Char -- Defined in 'GHC.Enum'
```

```
instance Enum Bool -- Defined in 'GHC.Enum'
```

```
instance Enum () -- Defined in 'GHC.Enum'
```

```
instance Enum Float -- Defined in 'GHC.Float'
```

```
instance Enum Double -- Defined in 'GHC.Float'
```

Instância de Enum para Dia

Precisamos definir toEnum e fromEnum:

```
indicesDias :: [(Dia, Int)]
```

```
indicesDias = [  
    (Dom, 0), (Seg, 1), (Ter, 2), (Qua, 3)  
    , (Qui, 4), (Sex, 5), (Sab, 6)]
```

```
instance Enum Dia where
```

```
fromEnum d = head [i |(d', i) <- indicesDias, d' == d]
```

```
toEnum i = dia
```

```
  where
```

```
    (dia, _) = indicesDias !! i
```

Agora podemos fazer coisas como:

```
> [Seg .. Sex]
```

```
[Seg, Ter, Qua, Qui, Sex]
```

```
> succ Sex
```

```
Sab
```

Também podemos gerar a lista dos dias da semana com:

```
> enumFrom Seg
```

```
[Seg, Ter, Qua, Qui, Sex, Sab, *** Exception: Prelude.!!: index too large]
```

Ops!

Torne o tipo `Dia` que criamos membro da classe de tipos `Bounded`. Veja a definição desta classe abaixo:

```
> :info Bounded
class Bounded a where
  minBound :: a
  maxBound :: a
  {-# MINIMAL minBound, maxBound #-}
  ...
```

```
instance Enum Dia where
```

```
...
```

```
enumFrom d =
```

```
  map toEnum [fromEnum d .. fromEnum(maxBound ::Dia)]
```

E então:

```
> [Seg ..]
```

```
[Seg, Ter, Qua, Qui, Sex, Sab]
```

Com o nosso tipo Dia sendo parte da classe de tipos Enum, fica fácil criar uma instância Ord (que só necessita da definição de <=):

```
instance Ord Dia where  
  (<=) a b = fromEnum a <= fromEnum b
```